Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

Prof. Dr. Martin Hoefer, Paresh Nakhe

JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Algorithmen und Komplexität
Institut für Informatik

Übung 4

Ausgabe: 16.05.2017
Abgabe: 23.05.2017

Die Abgabe ist in der Vorlesung am Dienstag bis 10:15h möglich. Für frühere Abgaben kannst Du den Briefkasten zwischen Raum 114 und 115 nutzen. Bitte schreibe Deinen Namen (in Druckbuchstaben) und die Matrikelnummer auf deine Lösung und **tackere** *diese, wenn sie aus mehreren Seiten besteht!*

Aufgabe 4.1. *Regret* (3+2 Punkte)

Betrachte ein 2-Spieler Spiel mit folgender Kostentabelle.

	E	F	G
A	10, 10	100, 10	1, 100
B	10, 100	10, 10	10, 1
C	1, 1	100, 10	10, 10

Nimm an, dass die Spieler die folgende Folge von Zuständen spielen:

$$\begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ F \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ G \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ F \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ G \end{pmatrix} \dots$$

a) Zeige dass diese Folge die No-Regret Eigenschaft für jeden der Spieler erfüllt.

b) Konvergiert die durchschnittliche Strategie im Ablauf des Spiels zu einem gemischten Nash-Gleichgewicht? Begründe Deine Antwort.

Bitte wenden!

Aufgabe 4.2. (3 + 2 + 1 Punkte)

a) Modifiziere das Spiel in Aufgabe 1, so dass das Spiel die beiden Eigenschaften noch erfüllt und mindestens ein Spieler eine *strikt dominierte* Strategie spielt. Beschreibe kurz warum die Eigenschaften noch gelten.

b) Zeige dass auch Randomized Weighted Majority eine strikt dominierte Strategie mit positiver Wahrscheinlichkeit spielt.

c) Kann eine strikt dominierte Strategie im gemischten Nash-Gleichgewicht mit positiver Wahrscheinlichkeit gespielt werden? Begründe Deine Antwort.

Aufgabe 4.3. *Starkes Nash Gleichgewicht* (2 + 2 + 3 Punkte)

Ein starkes Gleichgewicht ist wie folgt definiert. Im Zustand s eines endlichen Spiels hat eine Teilmenge $B \subseteq \mathcal{N}$ von Spielern eine *koalitionäre Verbesserung*, wenn es Strategien $s'_B = (s'_i)_{i \in B}$ für diese Spieler gibt, so dass sich beim gemeinsamen Abweichen von B nach s'_B jeder einzelne von ihnen strikt verbessern kann:

$$c_i(s'_B, s_{-B}) < c_i(s) \qquad \text{für jedes } i \in B.$$

Ein *starkes Gleichgewicht* ist ein Zustand s ohne koalitionäre Abweichung.

Im starken Gleichgewicht gibt es für jede Menge B von Spielern und jede mögliche koalitonäre Abweichung s'_B dieser Spieler mindestens einen Spieler, der sich beim Abweichen zu s'_B nicht strikt verbessert.

Dies gilt insbesondere für $|B| = 1$ und Abweichungen einzelner Spieler. Daher ist jedes starke Gleichgewicht auch ein Nash-Gleichgewicht (aber nicht unbedingt umgekehrt).

a) Ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien immer ein starkes Gleichgewicht? Begründe Deine Antwort.

b) Ist ein starkes Gleichgewicht immer ein Pareto-optimaler Zustand? Begründe Deine Antwort.

c) In einem gerichteten Netzwerk mit Kantenkosten hat ein *symmetrisches* Global-Connection Spiel zwei Knoten s, t, so dass $s_i = s$ und $t_i = t$ für jeden Spieler i. Zeige dass es in so einem Spiel immer ein starkes Gleichgewicht gibt.

Email: `mhoefer@cs.uni-frankfurt.de, Nakhe@em.uni-frankfurt.de`