Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

Prof. Dr. Martin Hoefer, Paresh Nakhe

JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Algorithmen und Komplexität
Institut für Informatik

Übung 9

Ausgabe: 29.06.2017
Abgabe: 06.07.2017

Die Abgabe ist in der Vorlesung am Dienstag bis 10:15h möglich. Für frühere Abgaben kannst Du den Briefkasten zwischen Raum 114 und 115 nutzen. Bitte schreibe Deinen Namen (in Druckbuchstaben) und die Matrikelnummer auf deine Lösung und ***tackere*** *diese, wenn sie aus mehreren Seiten besteht!*

Aufgabe 9.1. *Überbieten im GSP-Spiel* (3 + 3 + 2 Punkte)

Betrachte ein GSP-Spiel mit zwei Bietern und zwei Slots. Dabei sei $v_1 > v_2 \geq 0$ und $\alpha_1 > \alpha_2 \geq 0$.

a) Konstruiere ein solches Spiel und ein reines Nash-Gleichgewicht, in dem mindestens ein Spieler überbietet.

b) Zeige oder Widerlege: Der Preis der Anarchie für reine Nash-Gleichgewichte mit Überbieten ist durch eine Konstante unabhängig von der Eingabegröße beschränkt.

c) Gilt das Resultat aus b) auch für die klassische Ein-Gut (Vickrey)-Zweitpreisauktion? Begründe Deine Antwort.

Aufgabe 9.2. *All-Pay-Auktion* (5 Punkte)

In der All-Pay-Auktion wird ein Gut an einen von $n \geq 2$ Bietern mit positiven Bewertungen vergeben. Nach Abgabe der Gebote erhält der höchste Bieter das Gut, und *jeder* Bieter zahlt sein Gebot – auch die Bieter, die das Gut nicht bekommen.

Betrachte einen Vektor von gemischten Strategien b' wie folgt: $b'_i = 0$ für $i \geq 2$, und für den höchsten Bieter sei b'_1 uniform zufällig aus $[0, v_1]$. Zeige damit, dass die All-Pay Auktion $(1/2, 1)$-smooth ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 9.3. *Smoothness-Abweichung* (4 Punkte)

Bertachte folgende kombinatorische Auktion mit Gut-Geboten mit 3 Spielern A, B, C und 3 Gütern 1,2,3. Die Spieler haben Unit-Demand Bewertungen mit Werten v_{ij} wie folgt:

v_{ij}	1	2	3
A	10	5	7
B	6	3	9
C	10	3	1

Wir nehmen an, die Güter werden in simultanen Erstpreisauktionen verkauft, die $(1/2, 1)$-smooth sind. Mit der Konstruktion aus der Vorlesung folgt damit, dass auch diese zusammengesetzte Auktion $(1/2, 1)$-smooth ist. Beschreibe den Vektor von Abweichungen b'_{ij} für $i = A, B, C$ und $j = 1, 2, 3$, der sich aus der Konstruktion ergibt.

Aufgabe 9.4. *XOS Bewertungen* (4 Punkte)

Eine XOS-Bewertung ist das Maximum über einer Menge von additiven Bewertungen:

$$v_i(S_i) = \max_k v_i^k(S_i) = \max_k \sum_{j \in S} v_{ij}^k$$

Wenn also zum Beispiel die additiven Bewertungen gegeben sind durch

	1	2	3	4
v_{ij}^1	3	6	10	15
v_{ij}^2	5	8	11	1
v_{ij}^3	13	12	1	5

dann ergibt sich $v_i(\{1, 2\}) = 25$ (die höchste Summe für diese 2 Güter liegt bei v_i^3), $v_i(\{1, 3, 4\}) = 28$ (maximale Summe liegt bei v_i^1) oder $v_i(\{3\}) = 11$ (maximaler Wert bei v_i^2).

Eine Unit-Demand Bewertung in XOS-Form ist

	1	2	3
v_{ij}^1	v_{i1}	0	0
v_{ij}^2	0	v_{i2}	0
v_{ij}^3	0	0	v_{i3}

Zeige, an welchen Stellen man den Beweis für Smoothness in kombinatorischen Auktionen mit simultanen Gut-Geboten von Unit-Demand Bewertungen verändern muss, damit er auch für XOS-Bewertungen gilt.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
`http://algo.cs.uni-frankfurt.de/lehre/agt/sommer17/agt17.shtml`

Email: `mhoefer@cs.uni-frankfurt.de, Nakhe@em.uni-frankfurt.de`