Prof. Dr. Martin Hoefer, Paresh Nakhe

JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Algorithmen und Komplexität
Institut für Informatik

Übung 1

Ausgabe: 11.04.2018
Abgabe: 17.04.2018

Die Abgabe ist in der Vorlesung am Dienstag bis 10:15h möglich. Für frühere Abgaben kannst Du den Briefkasten zwischen Raum 114 und 115 nutzen. Bitte schreibe Deinen Namen (in Druckbuchstaben) und die Matrikelnummer auf deine Lösung und ***tackere*** *diese, wenn sie aus mehreren Seiten besteht!*

Aufgabe 1.1. (4 + 3 Punkte)

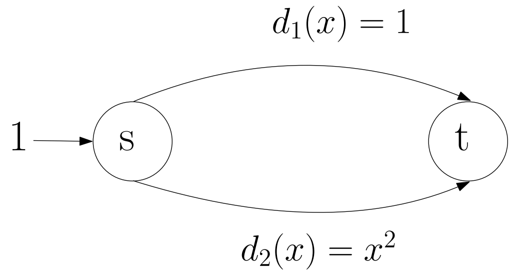

Abbildung 1: Netzwerk (a)

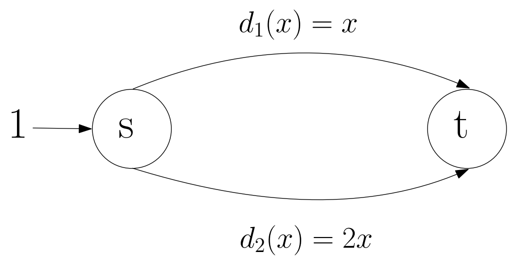

Abbildung 2: Netzwerk (b)

a) Betrachte die Wardropspiele in Abbildung 1 und 2. Wie groß ist der Preis der Anarchie in diesen Spielen? Begründe deine Antwort.

b) Betrachte ein beliebiges Wardropspiel auf einem gerichteten Graphen G mit mindestens einem Pfad zwischen Knoten s und t. Die Latenzfunktion für jede Kante $e \in E$ ist $d_e(x) = a_e x^2 + b_e x + c_e$, mit nicht-negativen Konstanten $a_e, b_e, c_e \geq 0$. Zeige, dass der Preis der Anarchie höchstens

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}}} \approx 1.625$$

beträgt.

Hinweis: Betrachte den Beweis für affin-lineare Latenzfunktionen.

Bitte wenden!

Aufgabe 1.2. (2+2+2 Punkte)

	E	F	G	H
A	8 / 8	9 / 6	8 / 6	9 / 8
B	9 / 9	8 / 7	5 / 8	9 / 7
C	6 / 7	6 / 2	9 / 6	8 / 4
D	3 / 9	8 / 8	5 / 6	6 / 8

Bestimme in der oben gegebenen Kostenmatrix des Spiels alle

a) dominanten Strategien der Spieler,

b) reinen Nash-Gleichgewichte,

c) Pareto-optimalen Zustände.

Aufgabe 1.3. (5 Punkte)

Im Das-Zieht-Mich-Runter-Spiel wählt jeder Spieler $i \in \mathcal{N}$ eine ganze Zahl $s_i \in \{1, 2, \ldots, k\}$. Sei $\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_i s_i$ der Durchschnitt der gewählten Zahlen. Ein Gewinn von 1 Euro wird in gleichen Anteilen unter den Spielern verteilt, deren gewählte Zahl am nächsten an $2\bar{s}/3$ liegt (die also $|s_i - 2\bar{s}/3|$ minimiert).

Beweise, dass Das-Zieht-Mich-Runter für jede Anzahl n von Spielern und jede Anzahl k von reinen Strategien ein eindeutiges reines Nash-Gleichgewicht hat.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
`http://algo.cs.uni-frankfurt.de/lehre/agt/sommer18/agt18.shtml`

Email: `mhoefer@cs.uni-frankfurt.de, Nakhe@em.uni-frankfurt.de`