Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2018

Prof. Dr. Martin Hoefer, Paresh Nakhe

JOHANN WOLFGANG GOETHE
UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

Algorithmen und Komplexität
Institut für Informatik

Übung 6

Ausgabe: 23.05.2018
Abgabe: 29.05.2018

Die Abgabe ist in der Vorlesung am Dienstag bis 10:15h möglich. Für frühere Abgaben kannst Du den Briefkasten zwischen Raum 114 und 115 nutzen. Bitte schreibe Deinen Namen (in Druckbuchstaben) und die Matrikelnummer auf deine Lösung und **tackere** *diese, wenn sie aus mehreren Seiten besteht!*

Aufgabe 6.1. (1 + 4 + 3 Punkte)

Für ein 3×3-Spiel (2 Spieler, je 3 Strategien) sind die *Nutzenwerte* der Spieler wie folgt gegeben:

	E	F	G
A	0 1	0 0	1 0
B	1 0	0 1	0 0
C	0 0	1 0	0 1

Gib für dieses Spiel jeweils ein Beispiel für folgende Gleichgewichtskonzepte an:

a) ein gemischtes Nash-Gleichgewicht.

b) ein korreliertes Gleichgewicht, das kein gemischtes Nash-Gleichgewicht ist.

c) ein grob-korreliertes Gleichgewicht, das kein korreliertes Gleichgewicht ist.

Aufgabe 6.2. *Korreliert ist Grob-Korreliert* (3 Punkte)

Betrachte ein endliches Kostenminimierungsspiel. Sei $\mathcal{V}$ ein korreliertes Gleichgewicht des Spiels. Zeige, dass $\mathcal{V}$ auch ein grob-korreliertes Gleichgewicht des Spiels ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 6.3. *Fair-Sharing-Spiele* (3 Punkte)

Betrachte ein Fair-Sharing-Spiel mit n Spielern. Zeige, dass dieses Spiel $(n, 0)$-smooth ist.

Aufgabe 6.4. *Verbindungsspiele* (2 + 3 + 1 + 4 Punkte)

In einem *Verbindungsspiel mit hohen Kantenkosten* gibt es eine Menge $\mathcal{N}$ von n Spielern und Kantenkosten $\alpha > n(n-1)$. Jeder Spieler ist ein Knoten. Spieler i wählt als Strategie eine Teilmenge $S_i \subseteq \mathcal{N} \setminus \{i\}$. Wenn $j \in S_i$, dann kauft i eine *ungerichtete Kante* $\{i, j\}$ zu j. Wenn eine Kante von einem Spieler gekauft wird, kann sie von allen Spielern genutzt werden.

Das *Netzwerk in Zustand S* ist $G(S) = (\mathcal{N}, E(S))$, ein Multigraph aus allen Spielerknoten und allen gekauften Kanten $E(S) = \{\{i, j\} \mid i \in \mathcal{N}, j \in S_i\}$.

Für seine Kosten betrachtet Spieler i die Kosten $\alpha \cdot |S_i|$ der von ihm gekauften Kanten und die Länge $dist_{G(S)}(i, j)$ eines kürztesten Weges in $G(S)$, für jeden anderen Spieler $j \in \mathcal{N}$. Wenn kein Weg zwischen i und j existiert, dann ist $dist_{G(S)}(i, j) = \infty$. Die Kosten von i in Zustand S sind

$$c_i(S) = \alpha \cdot |S_i| + \sum_{j \in \mathcal{N}} dist_{G(S)}(i, j) \ .$$

Die sozialen Kosten sind $cost(S) = \sum_{i \in \mathcal{N}} c_i(S)$.

Zeige jeweils die folgenden Aussagen:

a) Für jedes reine Nash-Gleichgewicht S eines Verbindungsspiels mit hohen Kantenkosten ist das Netzwerk $G(S)$ ein Baum.

b) Für jedes soziale Optimum S^* eines Verbindungsspiels mit hohen Kantenkosten ist das Netzwerk $G(S)$ ein Stern (d.h. es gibt einen Knoten i' und $E(S^*) = \{\{i', j\} \mid j \in \mathcal{N}\}$).

c) Der Preis der Anarchie für reine Gleichgewichte in Verbindungsspielen mit hohen Kantenkosten ist höchstens 2.

d) Es gibt keine Konstanten $\lambda > 0$ und $\mu < 1$, so dass jedes Verbindungsspiel mit hohen Kantenkosten (λ, μ)-smooth ist.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
`http://algo.cs.uni-frankfurt.de/lehre/agt/sommer18/agt18.shtml`

Email: `mhoefer@cs.uni-frankfurt.de, Nakhe@em.uni-frankfurt.de`