Algorithmen & Datenstrukturen 1

Sommersemester 2022

Prof. Dr. Martin Hoefer
Tim Koglin, Marco Schmalhofer

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität

Übungsblatt 0

Ausgabe: 12.04.2022
Abgabe: Entfällt

Bei diesem Übungsblatt handelt es sich um eine Präsenzübung. Eine Abgabe ist nicht vorgesehen. Die Aufgaben werden in den ersten Tutorien im Zeitraum vom 25.04. bis zum 29.04. besprochen.

Um einer Übungsgruppe zugewiesen zu werden und somit am Übungsbetrieb teilnehmen zu können, müssen Sie bis spätestens Mittwoch, den 13. April 2022 um 23:55 Uhr Ihre Terminpräferenzen im AUGE-System angegeben haben. Sie werden informiert, sobald die Zuweisung feststeht. Weitere Informationen zum Übungsbetrieb finden Sie auf der Webseite zur Veranstaltung.

Aufgabe 0.1 *Fehlerhafte Induktion* (-)

Finden Sie die Fehler in den folgenden Beweisen:

a) Wir zeigen, dass je zwei natürliche Zahlen a und b gleich sind. Dazu setzen wir $k = \max\{a, b\}$ und führen eine Induktion nach k. Im Basisschritt haben wir $k = 0$ und deshalb ist $a = 0 = b$ und das war zu zeigen. Im Induktionsschritt ist $\max\{a, b\} = k + 1$, und wir können die Induktionsbehauptung auf $a - 1$ und $b - 1$ anwenden, denn $\max\{a - 1, b - 1\} = k$. Also ist $a - 1 = b - 1$ und die Behauptung $a = b$ folgt.

b) Wir zeigen, dass alle Katzen die gleiche Farbe besitzen und führen einen Beweis durch Induktion über die Zahl k aller Katzen. Im Basisschritt ist $k = 1$ und die Behauptung ist offensichtlich richtig. Für den Induktionsschritt nehmen wir an, dass es $k+1$ Katzen $p_1, \ldots, p_{k+1}$ gibt. Dann haben aber nach Induktionsvoraussetzung $p_1, \ldots, p_k$ die Farbe von p_2 und $p_2, \ldots, p_{k+1}$ ebenfalls die Farbe von p_2 und wir haben die Behauptung gezeigt.

Aufgabe 0.2 *Vollständige Induktion* (-)

Beweisen Sie folgende Formeln und Aussagen durch vollständige Induktion nach $n \in \mathbb{N}$:

a) $\sum_{i=0}^{n} i \cdot 2^{n-i} = 2^{n+1} - n - 2, \quad$ für $n \geq 0$

b) $\frac{n}{2} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n - 1} < n, \quad$ für $n \geq 2$

Aufgabe 0.3 (-)

Für ein Problem wurden fünf Algorithmen $A_1, \ldots, A_5$ mit folgendem Berechnungsaufwand $b_i(n)$ ermittelt (angegeben ist jeweils die Anzahl der Operationen für Eingabelänge n):

$$b_1(n) = n, \quad b_2(n) = 5n^7, \quad b_3(n) = 83n^2, \quad b_4(n) = n \log_2 n, \quad b_5(n) = 2^n$$

Wie verändert sich der Berechnungsaufwand, wenn

a) die Eingabelänge verdoppelt wird?

b) die Eingabelänge um 1 erhöht wird?

Aufgabe 0.4 (-)

Gegeben sind zwölf von 1 bis 12 durchnummerierte (feinste) Schokoeier. Davon sind elf gleich schwer, während eins leichter oder schwerer ist als die anderen. Es ist bekannt, ob das abweichende Schokoei leichter oder schwerer ist. Gesucht ist ein Algorithmus, der mit höchstens drei Wägungen mit einer Balkenwaage das abweichende Schokoei ermittelt. In jede Waagschale passen bis zu zwölf Schokoeier.

Aufgabe 0.5 *Pseudocode* (-)

Beschreiben Sie in Pseudocode ein Verfahren, das die größte Differenz von $n \geq 1$ Zahlen ermittelt, die in einem Array A vorliegen.

Die Ausgabe des Algorithmus soll also $\max\{A[i] : 1 \leq i \leq n\} - \min\{A[i] : 1 \leq i \leq n\}$ sein.

Wir wünschen Ihnen frohe Ostern!

Bei allgemeinen Anmerkungen zu den Übungsaufgaben oder Fragen zum Übungsbetrieb erreichen Sie uns unter der folgenden E-Mail-Adresse: algo122@cs.uni-frankfurt.de.