Flüsse und Schnitte multiple choice

Sei f ein Fluss und (S, T) ein s-t-Schnitt im Flussnetzwerk G.
Was gilt?

- (1) $|f| \leq c(S, T)$
- (2) $|f| \geq c(S, T)$
- (3) $f(S, T) = |f|$
- (4) Es gibt immer ein f und ein (S, T) so dass $|f| = c(S, T)$
- (5) Es gibt immer ein f und ein (S, T) so dass $|f| < c(S, T)$
- (6) Der maximale Fluss f^* ist eindeutig.

Auflösung: (1), (3), (4)

Ford-Fulkerson multiple choice

Sei k die Anzahl der s-t-Pfade in G und f^* ein maximaler Fluss. Alle Kantenkapazitäten sind ganzzahlig. Welche Schranken gelten für die worst-case Laufzeit des Ford-Fulkerson Algorithmus?

- (1) $\Theta(k)$
- (2) $O(|E| \cdot k)$
- (3) $\Omega(|V| \cdot |E|^2)$
- (4) $\Omega(|f^*|)$
- (5) Hä?

Auflösung: (4) $\Omega(|f^*|)$

Welche Laufzeitschranke haben wir für den Edmonds-Karp Algorithmus bewiesen?

- (1) $O(|V| \cdot |E|^2)$
- (2) $O(|V| \log |V|)$
- (3) $O(|V|^2 \cdot |E|)$
- (4) $O(|V| + |E|)$
- (5) $O(|E| \log |E|)$

Auflösung: (1) $O(|V| \cdot |E|^2)$

Entscheidungsprobleme multiple choice

FLOW Gegeben: Flussnetzwerk G', Wert k.
Gibt es einen Fluss in G' mit Wert mindestens k?

B-MATCH Gegeben: Bipartiter Graph G, Wert k.
Gibt es in G ein Matching mit mindestens k Kanten?

B-VC Gegeben: Bipartiter Graph G, Wert d.
Gibt es in G ein Vertex Cover mit höchstens d Knoten?

Wenn P $\neq$ NP, was gilt?

- (1) FLOW $\in$ NP
- (2) B-VC $\leq_p$ FLOW
- (3) B-VC ist NP-vollständig
- (4) B-MATCH $\in$ P $\cap$ NP
- (5) B-MATCH $\in$ NP $\setminus$ P

Auflösung: (1), (2), (4)

Matching multiple choice

Sei $G = (A \cup B, E)$ ein bipartiter Graph, M ein maximum Matching und $\ddot{U}$ eine kleinste Überdeckung in G.

Was gilt?

- (1) $|M| \leq |\ddot{U}|$
- (2) $|M| \geq |\ddot{U}|$
- (3) $|M| \geq \min(|A|, |B|)$
- (4) $|\ddot{U}| \geq \min(|A|, |B|)$

Auflösung: (1), (2) (Satz von König)

Sind dies duale LPs?

$$\begin{array}{lrcl} \text{Max.} & x_1 - x_2 & & \\ \text{s.d.} & x_1 - 2x_2 & \leq & 10 \\ & x_2 & \geq & 5x_1 - 4 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{lrcl} \text{Min.} & 10y_1 - 4y_2 & & \\ \text{s.d.} & y_1 - 5y_2 & \geq & 1 \\ & -2y_1 + y_2 & \geq & -1 \\ & y_1, y_2 & \geq & 0 \end{array}$$

- Ja.
- Nein.
- Keine Ahnung

Auflösung: Nein.

Integrale Lösungen demogr.

Für ein (Max-)LP sei $\boldsymbol{x}^*$ eine optimale fraktionale Lösung, $\boldsymbol{z}^*$ eine optimale integrale Lösung (mit allen $z_j^* \in \mathbb{N}_{\geq 0}$).

Was kann man daraus folgern?

- (1) $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}^* \geq \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{z}^*$
- (2) $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}^* \leq \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{z}^*$
- (3) $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{z}^*$

Auflösung: (1)

Dualität 2 multiple choice

Ein primales (Max-)LP und sein duales (Min-)LP haben gültige Lösungen $\boldsymbol{x}$ und $\boldsymbol{y}$. Für die Werte der Lösungen gelte

$$\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \;\geq\; \frac{1}{3} \cdot \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{b} \;>\; 0 \ .$$

Was gilt?

- (1) $\boldsymbol{x}$ hat höchstens so viel Wert wie $\boldsymbol{y}$.
- (2) $\boldsymbol{x}$ hat höchstens 3-Mal so viel Wert wie $\boldsymbol{y}$.
- (3) $\boldsymbol{x}$ hat mindestens 3-Mal so viel Wert wie $\boldsymbol{y}$.
- (4) $\boldsymbol{x}$ hat mindestens (1/3)-Mal so viel Wert wie $\boldsymbol{y}$.
- (5) $\boldsymbol{x}$ ist 3-approximativ für das Max-LP.
- (6) $\boldsymbol{y}$ ist 3-approximativ für das Min-LP.

Auflösung: (1), (2), (4), (5), (6)