

Übungsblatt 1

Ausgabe: 23.10.2023
Abgabe: 30.10.2023, 23:55 Uhr

Auf der [Veranstaltungsw Webseite](#) finden Sie **alle wichtigen Informationen** zum Übungsbetrieb, insbesondere zur erfolgten Gruppeneinteilung, zum genauen Abgabeverfahren, zu den Bewertungskriterien sowie zur Bonusregelung.

Bei Problemen melden Sie sich bitte *rechtzeitig* per E-Mail bei dismod23@cs.uni-frankfurt.de.

Aufgabe 1.1. *Mit Mengen arbeiten*

(8 × 2 = 16 Punkte)

Geben Sie an, welche der Aussagen richtig und welche falsch sind. Begründen Sie jeweils kurz.

- | | |
|---|--|
| a) $\{1\} = \{1, \emptyset\} \setminus \emptyset$ | b) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \cap \{\emptyset\}$ |
| c) $\{2, 3, 1, 0\} \setminus \{3\} \supseteq \{0, 1, 2\}$ | d) $\{3\} \in \{\{1, 3\}, 5, 6\} \setminus \{1, 5, 6\}$ |
| e) $\{1, 2024\} \subsetneq \{0, 2024\} \oplus \{1, 2023\}$ | f) $\{1, \{1\}, \{1, 1\}\} \oplus \{1, 1\} = \{\{1\}, 1\}$ |
| g) $\mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N} \oplus \{1, 2, 3\}$ | h) $\{z^2 - z : z \in \mathbb{Z}\} \cap \{2z - 2 : z \in \mathbb{Z}\} = \emptyset$ |

Aufgabe 1.2. *Beweise führen*

(5 + 5 + 5 = 15 Punkte)

Zeigen Sie für jede der Gleichungen, ob diese für beliebige Mengen A, B, C korrekt ist oder nicht.

- $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- $(A \oplus B) \setminus C = (A \setminus C) \oplus (B \setminus C)$
- $(A \setminus B) \cap C = (C \cap (A \cup B)) \setminus (A \cap (B \cap C))$

Hinweis: Seien X und Y Mengen.

- Um eine Inklusion $X \subseteq Y$ nachzuweisen, genügt es, für ein *beliebiges* Element x der Menge X zu zeigen, dass x auch ein Element der Menge Y ist.
- Um die Gleichheit $X = Y$ zu zeigen, genügt der Nachweis der beiden Inklusionen $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq X$.
- Um eine Gleichheit zu widerlegen, genügt die (begründete) Angabe eines Gegenbeispiels.

Machen Sie sich zunächst mithilfe eines Venn-Diagramms klar, ob eine Aussage wahr oder falsch ist. Ein Venn-Diagramm alleine ist jedoch kein vollständiger Beweis.

Aufgabe 1.3. *Durchdachte Beförderungsverbesserung* (4 + (3 + 4 + 4 + 4) = 19 Punkte)

Reinhardt Lulz, der Vorstandsvorsitzende eines Transportkonzerns, möchte die Weichen für die Zukunft richtig stellen und die konzerneigenen Fahrzeuge modernisieren. Für die Nachrüstungen im Personenverkehr stehen *wieselflinkes WLAN*, *taktile Toilettenbeschilderungen* sowie *flüsterleise Fahrzeugbremsen* zur Auswahl. Das Servicepersonal kennt die Bedürfnisse der Fahrgäste sehr genau und kann daher für jeden Fahrgast einschätzen, welche der drei Nachrüstooptionen für gut befunden werden. Kurz vor der nächsten Vorstandssitzung liegt folgende Auswertung der Datenerhebung vor:

- (I) 52 Fahrgäste wollen wieselflinkes WLAN, 47 Fahrgäste trachten nach taktilen Toilettenbeschilderungen und 43 Fahrgäste finden flüsterleisen Fahrzeugbremsen fantastisch.
- (II) 45 Fahrgäste mögen entweder wieselflinkes WLAN oder taktile Toilettenbeschilderungen, jedoch nicht beides.
- (III) 29 Fahrgäste wünschen sich flüsterleise Fahrzeugbremsen, aber kein wieselflinkes WLAN.
- (IV) 40 Fahrgäste finden genau zwei der drei Nachrüstooptionen gut.
- (V) 6 Fahrgäste wollen, dass alle drei Nachrüstooptionen verbaut werden.

Helfen Sie Reinhardt Lulz weitere Erkenntnisse aus den vorliegenden Daten zu gewinnen, die er dem restlichen Vorstand präsentieren kann. Offenbar lassen sich die Fahrgäste anhand ihrer Präferenzen in verschiedene Mengen einordnen. Somit kann beispielsweise (I) durch die drei Gleichungen

$$|W| = 52, \quad |T| = 47, \quad |F| = 43$$

ausgedrückt werden, wobei die Menge W alle Fahrgäste enthält, die wieselflinkes WLAN wollen, T alle Fahrgäste enthält, die taktile Toilettenbeschilderungen befürworten und F alle Fahrgäste enthält, die sich nach flüsterleise Fahrzeugbremsen sehnen.

- a) Formulieren Sie (II), (III), (IV) und (V) ebenfalls mithilfe der Mengen W , T und F .
- b) Beantworten Sie die folgenden Fragen mit Begründung: Wie viele Fahrgäste...
 - i) ... befürworten sowohl wieselflinkes WLAN als auch flüsterleise Fahrzeugbremsen?
 - ii) ... finden mindestens eine der Nachrüstooptionen gut?
 - iii) ... wollen sowohl wieselflinkes WLAN als auch taktile Toilettenbeschilderungen?
 - iv) ... mögen lediglich flüsterleise Fahrzeugbremsen?

Hinweis: Venn-Diagramme können hilfreich sein und eine formale Begründung ergänzen, jedoch nicht ersetzen. Achten Sie bei Aufgabenteil b) darauf, dass alle Zwischenrechnungen nachvollziehbar sind.