Effiziente Algorithmen

Sommersemester 2019

Prof. Dr. Martin Hoefer
Daniel Schmand
Martin Ludwig, Conrad Schecker

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
Algorithmen & Komplexität

Übung 1

Ausgabe: 16.04.2019
Abgabe: 23.04.2019, 10:15

Aufgabe 1.1. (4 Punkte)

Eine (nicht unbedingt faire) Münze zeigt bei jedem Wurf Kopf mit Wahrscheinlichkeit p und Zahl mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$. Wir werfen die Münze zweimal hintereinander. Für welche Werte $p \in [0, 1]$ sind die folgenden zwei Ereignisse unabhängig? Begründe deine Antwort.

A: Beide Würfe sind gleich.

B: Der zweite Wurf ergibt Kopf.

Aufgabe 1.2. (6 + 3 Punkte)

An einem nebligen Nachmittag stellt eine Kuh auf einer Weide fest, dass der Rest der Herde nicht mehr auf der Weide ist und sich also irgendwo im Zaun ein Loch befinden muss. Die Kuh steht aktuell am Zaun und möchte nun das Loch im (zu beiden Seiten von ihr unendlich langen) Zaun finden, und dabei möglichst wenig laufen. Aufgrund des Nebels kann die Kuh das Loch leider erst erkennen, wenn sie direkt daran vorbei läuft.

a) Entwerfe und beschreibe eine Strategie für die Kuh mit der folgenden Eigenschaft: Es gibt eine Konstante c, sodass der zurückgelegte Weg der Kuh immer höchstens $c \cdot \text{dist}(k, l)$ beträgt, wobei $\text{dist}(k, l)$ die Distanz vom Startpunkt der Kuh zum Loch ist. Gehe davon aus, dass sich das Loch mindestens in 1m Enfernung von der Kuh befindet, d.h. $\text{dist}(k, l) \geq 1$. Argumentiere, warum deine Strategie die geforderte Schranke einhält.

b) Erkläre, warum es keine solche deterministische Strategie geben kann, wenn es keine untere Schranke an die Entfernung vom Startpunkt der Kuh zum Loch gibt.

Aufgabe 1.3. (4 Punkte)

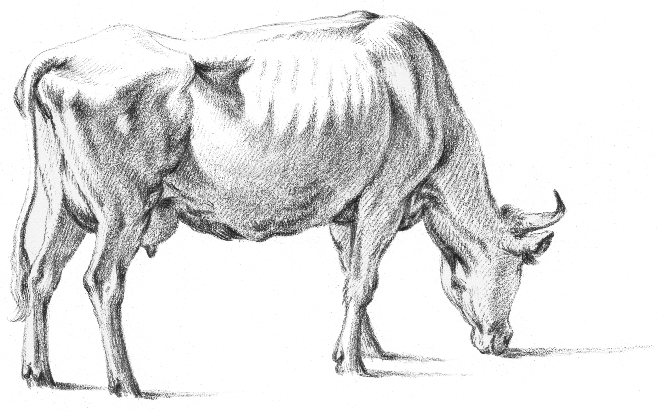
Eine unfaire Münze fällt mit Wahrscheinlichkeit genau $\frac{4}{5}$ bzw. $\frac{1}{5}$ auf die eine bzw. andere Seite. Theo hat vergessen, welche Seite (Kopf oder Zahl) die Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{5}$ hat, und möchte dies durch eine Mehrheitsentscheidung nach n Münzwürfen entscheiden.

Bestimme die Fehlerwahrscheinlichkeit einer solchen Mehrheitsentscheidung mit Hilfe der Chernoff-Schranke.

Hinweis: Eine einfache Form der unteren Chernoff-Schranke kann verwendet werden:

$$\Pr(X \leqslant (1 - \beta) \cdot E[X]) \leqslant e^{\frac{-E[X] \cdot \beta^2}{2}} \qquad \text{für } 0 < \beta < 1$$

Bitte wenden!



Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
`http://algo.cs.uni-frankfurt.de/lehre/ea/sommer19/ea19.shtml`

E-Mail: `{mhoefer,schmand}@em.uni-frankfurt.de`