Effiziente Algorithmen

Sommersemester 2019

Prof. Dr. Martin Hoefer
Daniel Schmand
Martin Ludwig, Conrad Schecker

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
Algorithmen & Komplexität

Übung 8

Ausgabe: 11.06.2019
Abgabe: 18.06.2019, 10:15

Aufgabe 8.1. (5 Punkte)

Die Punktmenge $X = \{0, 2, 5\}$ auf der Zahlengerade $\mathbb{R}$ bildet mit den euklidischen Distanzen einen metrischen Raum. Anfänglich stehen $k = 2$ Server auf den Punkten 0 und 5. Sei die online Eingabe $\sigma = xyxy$ für $x = 2$ und $y = 0$.

Bestimme die Server-Bewegungen gemäß der Work-Function Strategie. Begründe deine Antwort kurz und präzise.

Aufgabe 8.2. (5 Punkte)

Wir haben uns in der Vorlesung dazu entschieden, die Kosten des randomisierten weighted majority Algorithmus mit den Kosten des besten Experten zu vergleichen. Wir haben gezeigt, dass die Kosten des Algorithmus maximal

$$(1 - \epsilon)K_{\mathrm{OPT}} + \frac{\ln n}{\epsilon}$$

sind. Hier bezeichnet K_{OPT} die Gesamtkosten des besten Experten.

Jetzt wollen wir die Kosten des Algorithmus mit einer optimalen Auswahl von Expertenmeinungen in jedem Schritt vergleichen. Zeige: Es gibt eine Instanz mit T Runden und n Experten, bei der es in jeder Runde einen Experten mit Kosten 0 gibt, aber der randomisierte weighted majority Algorithmus Kosten in $\Theta(T)$ erzeugt.

Aufgabe 8.3. (5 Punkte)

Beim deterministischen weighted majority Algorithmus haben wir in der Vorlesung die Gewichte der Experten, die eine falsche Empfehlung gegeben haben, jeweils halbiert. Wir haben folgendes Ergebnis gezeigt: Sei f_{OPT} die Anzahl der falschen Entscheidungen von einem besten Experten und f die Anzahl der falschen Entscheidungen des weighted majority Algorithmus, dann gilt

$$f \leq \log_{\frac{4}{3}}(2) f_{\mathrm{OPT}} + \log_{\frac{4}{3}}(n) \ .$$

Wir wollen nun hier einen anderen Faktor wählen und ändern deshalb den Algorithmus wie folgt ab: Falls ein Experte i in einer Runde die falsche Empfehlung gibt, setze $w_i = w_i/\alpha$ am Ende der Runde. Beweise analog zum erwähnten Resultat aus der Vorlesung eine obere Schranke an die Anzahl der falschen Entscheidungen des Algorithmus.